Dyscalculie et modèles développementaux du calcul

Michel Habib

Définitions de la dyscalculie ('mathematics disorder, mathematics disability')

- The Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, fourth Edition, “Mathematics Disorder” (DSM-IV, Section 315.1)

  aptitudes arithmétiques
  - < au niveau escompté compte-tenu de l âge du sujet, de son intelligence et d ’un enseignement approprié à son niveau
  - Interfèrent de manière significative avec les activités de la vie courante ou la réussite scolaire
  - Ne sont pas la résultante d’un déficit sensoriel
- Kosc, 1974 : "trouble structurel des habilités mathématiques dont l'origine est génétique ou liée à un problème congénital et qui se présente <u>sans</u> un trouble plus général des fonctions mentales"
- Temple 1992« trouble des compétences numériques et des habiletés arithmétiques qui se manifeste chez des enfants d ’intelligence normale qui ne présentent pas de déficits neurologique acquis »

Pas seulement calcul mais compétences numériques au sens large

Prévalence

- Badian (1983):
  - scores < cent. 20 du Standford Achievement Test
  - Population de 1476 enfants américains de 7-14 ans
  - 6,3 % de dyscalculiques
- Gross-Tsur et coll. (1996):
  - score < moyenne obtenue par un groupe d 'enfants 2 années scolaires en dessous
  - 3029 enfants de 4ième primaire
  - 6,5 % d 'enfants dyscalculiques
- Ratio fille-garçon: 11:10
- Légère supériorité du QI non verbal (moyQIP102; QIV sans le subtest arithm : 94,8)

Estimation de la prévalence de dyscalculie

ETUDE origine	ESTIMATION DU TROUBLE D'APPRENTIS.	CRITÈRE	POURCENT. DE TROUBLE LECTO-ÉCRITURE
OSTAD (1998) Norvège *Log. Phon. Vocal., 23, 145-154*	10.9% "Maths disabled"	Inscrit à un programme de soutien scolaire	51% dysorthographie
LEWIS et al (1994) GB *J. Child Psychol. Psychiat., 35, 283-292*	3.6% "difficultés spécifiques en arithmétique"	<85 sur test d'arithmétique >90 au QINV	64% Difficultés de lecture
GROSS-TSUR et al (1996) Israel *Dev. Medicine Child Neurol., 38, 25-33*	6.4% "dyscalculiques"	Deux classes en-dessous de l'âge chrono	17% Trouble de lecture

Associations

- Association fréquente avec la dyslexie
  - Badian: :
    - 3,6% faibles en math,
    - 2,2% faibles en lecture,
    - 2,7% difficultés doubles
  - Lewis et al.:
    - 1,3% faibles en math,
    - 3,9% faibles en lecture
    - 2,3% difficultés doubles
- Association avec des troubles de l 'attention
  - Gross-Tsur et coll.: 26% des enfants dyscalculiques présentent des difficultés d'attention
  - Difficultés doubles : notes en maths plus basses

Le développement numérique

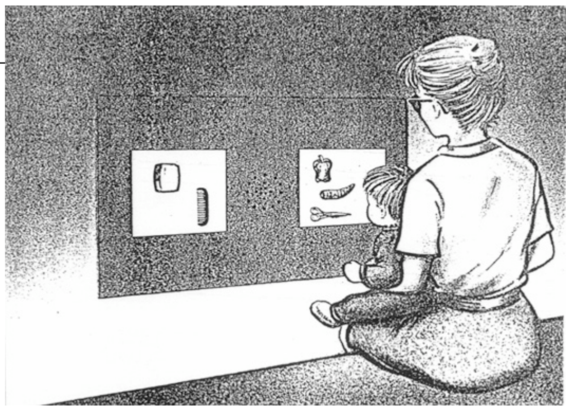
Comment se développent les compétences numériques et arithmétiques ?

Discrimination numérique chez le bébé

- Discrimination visuelle de 2 vs. 3 objets
  - 4,5 mois (Starkey & Cooper, 80)
  - Nouveaux-nés d 'une semaine (Antell & Keating, 83)
  - Ensembles homogènes vs. hétérogènes (Strauss & Curtis, 81)
- Discrimination visuelle de grandes collections
  - 8 vs 16 points mais pas 8 vs 12 (Xu & Spelke)
- Discrimination de sons:
  - 2 vs. 3 syllabes (Bijeljac-Babic et al., 91)
- Discriminations d'actions:
  - sauts d 'une poupée (6 mois; Wynn, 96)
- Correspondance intermodale :
  - sons-objets (6 mois; Starkey et al., 83)

Appariement visuel/auditif

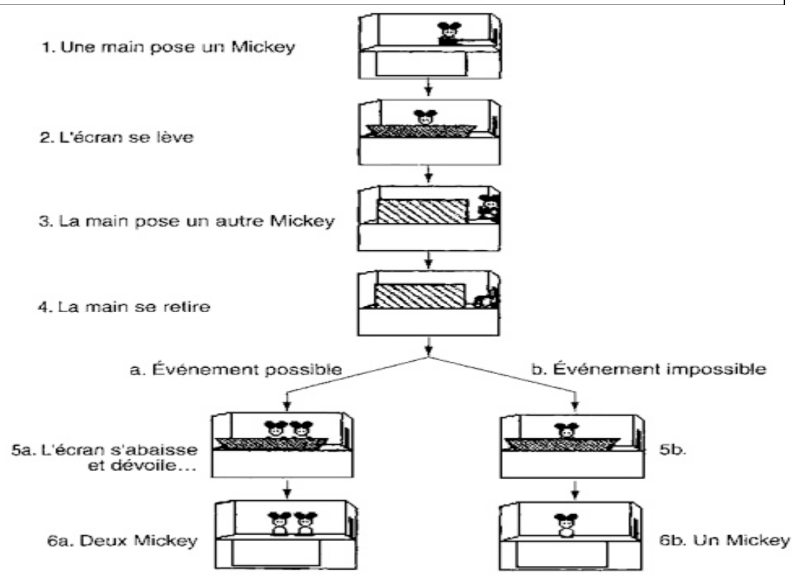
- Bébés 6-8 mois: correspondance numérique entre sons et objets (numérosités 2 et 3)



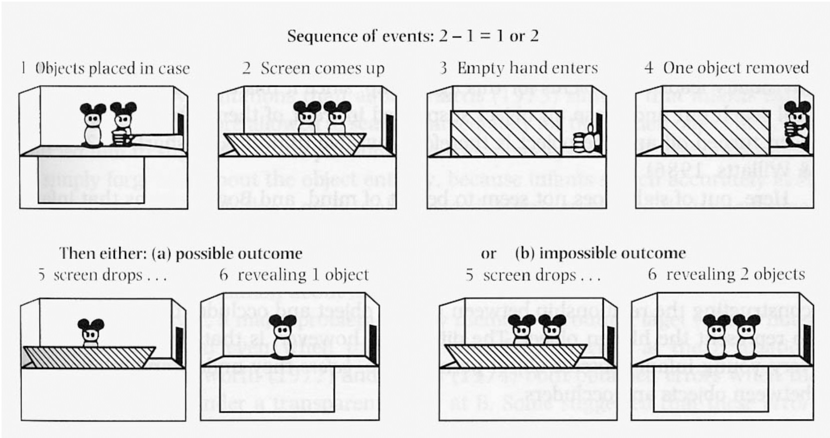
Notions primitives d'arithmétique

- Wynn (1992): bébés de 5 mois
  - 1+1=2 ou 1
  - 2-1=1 ou 2
  - 1+1=2 ou 3
- Simon et al. (1995):
  - 1+1 et 2-1 avec personnages différents
- Koechlin et al. (1997):
  - Objets en mouvement

paradigme de violation des attentes



Compétences proto-numériques ?

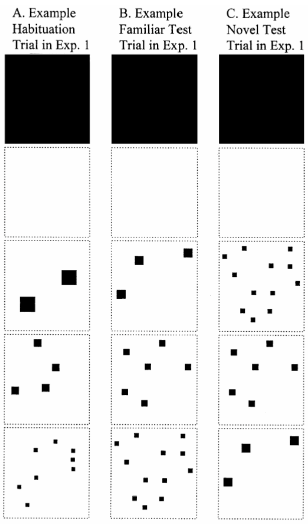


Karen Wynn

ELSEVIER Cognition 83 (2002) 223–240
www.elsevier.com/locate/cognit

The development of ordinal numerical knowledge in infancy

Elizabeth M. Brannon*



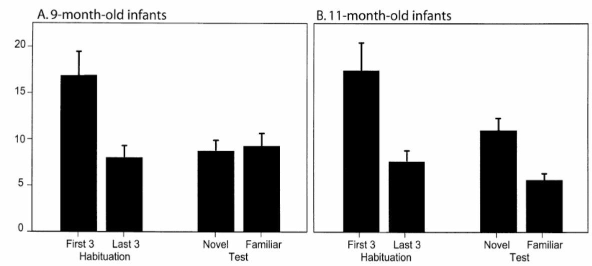
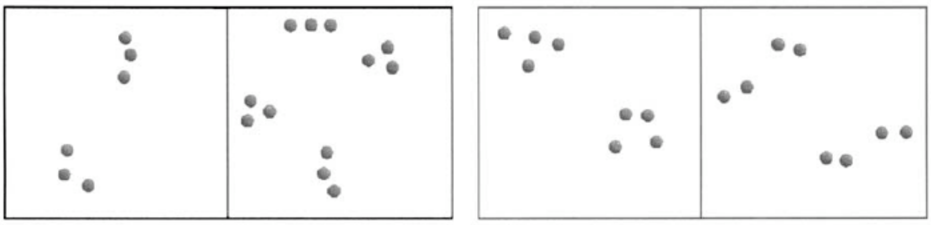


Fig. 2. Mean looking time (±SE) in Experiment 1 to the first three and last three habituation trials and to novel and familiar test trials for 9-month-old (A) and 11-month-old (B) infants.

Enfants de 11 mois démontrent une sensibilité au type de série (croissant/décroissant), un effet non encore présent à 9 mois (ne dépend pas de la densité)

Question : numérosité ou quantité?

Expérience chez des enfants de 5 mois avec des ensembles points mouvants (comme des bancs de poissons ou un vol d'oiseaux)

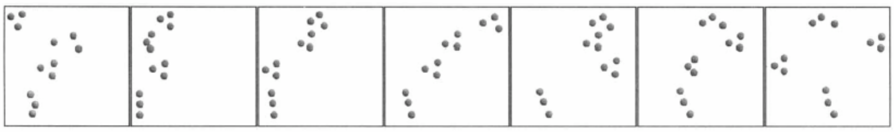


Habituation

Moitié des enfants habitués à 2 collections de 3 objets, moitié à 4 collections de 3 objets

test

Essais de 2 collections de 4 objets et essais de 4 collections de 2 objets
Donc égalisés pour contours, surface, contraste et densité



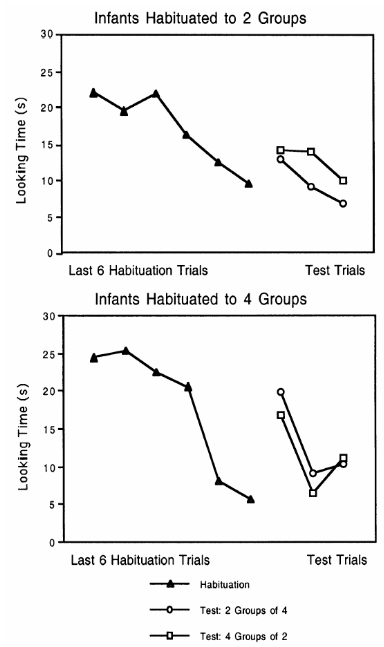
Exemple d'animation (1 cadre = 1/2 sec.)

ELSEVIER Cognition 83 (2002) B55–B62
www.elsevier.com/locate/cognit

Brief article

Enumeration of collective entities by 5-month-old infants

Karen Wynn[a,*], Paul Bloom[a], Wen-Chi Chiang[b]



Les enfants habitués à deux groupes de 3 regardent plus longtemps les items-tests à 4 groupes de 2 (nouveau)
Et vice versa pour les enfants habitués à 4 groupes de 3

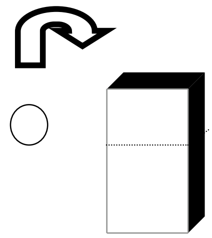
Etapes du développement de l'arithmétique

0;0	Discrimine sur la base de petites numérosités (Antell & Keating, 1983)
0;4	Peut ajouter et soustraire UN (Wynn, 1992)
0;11	Discrimine des séquences de numérosités ascendantes et descendantes (Brannon, 2002)
2;0	Commence à apprendre une séquence de comptage (Fuson, 1992) ; Peut faire la correspondance terme-à-terme dans une tâche de partage (Potter & Levy, 1968)
2;6	Reconnaît que les mots numériques signifient plus que 1 (Wynn, 1990)
3;0	Compte des petits nombres d'objets (Wynn, 1990)
3;6	Peut ajouter et soustraire UN avec des objets et des mots numériques (Starkey & Gelman, 1982); peut utiliser le principe cardinal pour établir la numérosité d'un ensemble (Gelman & Gallistel, 1978)
4;0	Peut utiliser les doigts pour aider à ajouter (Fuson & Kwon, 1992)
5;0	Peut ajouter des petits nombres sans être capable de compter la somme
5;6	Comprend la commutativité de l'addition et compte à partir de… (Carpenter & Moser, 1982); peut compter correctement jusqu'à 40 (Fuson, 1988)
6;0	'Conserve' le nombre (Piaget, 1952)
6;6	Comprend la complémentarité de l'addition et la soustraction (Bryant et al., 1999)
7;0	Récupère des faits arithmétique en mémoire à long terme

Notions primitives d’arithmétique

- Enfants pré-verbaux
  (24 mois; Starkey, 92)

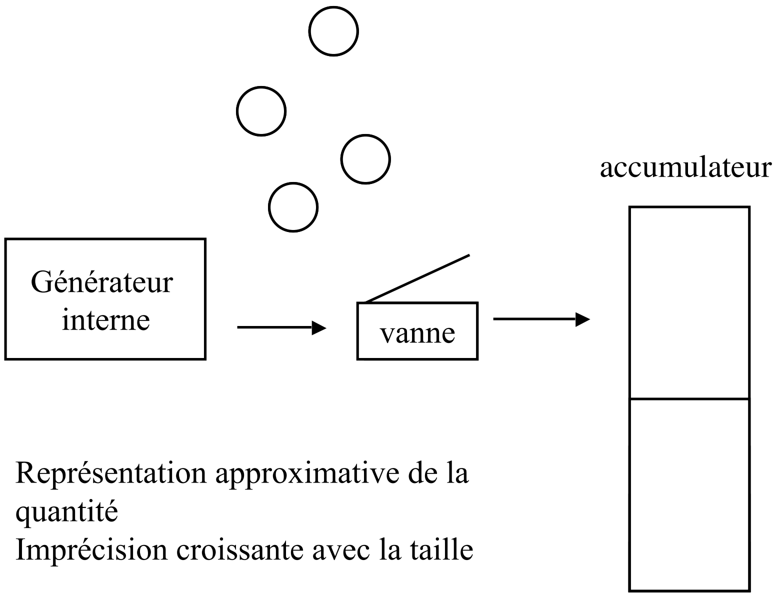
1+1
2-1



Notions d’ajouts, de retraits, approximatives …

Métaphore de l ’accumulateur

Gelman & Gallistel



Représentation approximative de la quantité
Imprécision croissante avec la taille

les codes symboliques

- 1ier code rencontré: le code verbal oral
- Très rapidement l'enfant comprend qu'il s'agit d 'une catégorie particulière de mots (uniquement nombres lors du dénombrement)

Comptages produits par un même enfant au cours d 'essais successifs

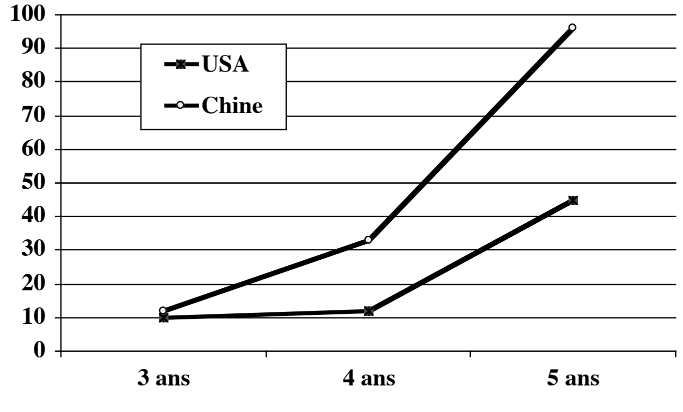
Partie stable et conventionnelle	Partie stable non conventionnelle	Partie non stable et non conventionnelle
1..2..3..4	6..8..9	14..16..13..5
1..2..3..4	6..8..9	12..15..16..13
1..2..3..4	6..8..9	14
1..2..3..4	6..8..9	9
1..2..3..4	6..8..9	15..13..11
1..2..3..4	6..8..9	8..4

La phase d 'acquisition : aide de la syntaxe

- Au-delà de 17: structure linguistique régulière
  – Pour les enfants qui comptent au-delà de 20 (Siegler & Robinson, 1980):
    - Souvent arrêt à la fin d 'une dizaine (exple: 39)
    - Erreurs d ' omission d 'une dizaine: ..28,29, 40,41,42..
- Différences entre langues (ex, le chinois)
  – quinze = un-dix-cinq
  – vingt-trois = deux-dix-trois

  => structure très régulière = avantage

Niveau de comptage max (Miller et al. 95)



- pas de ≠ à 3 ans: U
- ≠ au-delà: P et DU

Evolution de la chaîne numérique verbale en terme d'élaboration

- Niveau chapelet
  - Noms de nombre non individualisés
- Niveau de la chaîne insécable
  - Mots individualisés, comptage à partir de 1
- Niveau de la chaîne sécable
  - Comptage avec bornes, trouver le nombre qui vient avant ou après
- Niveau de la chaîne terminale
  - Compter à l'endroit ou à rebours, n éléments à partir d 'une borne

Principes de dénombrement

- **Principe de l'ordre conventionnel**
  - **Noms de nombre émis dans un ordre identique et conventionnel**
- **Principe de correspondance terme à terme**
  - **Une étiquette verbale pour chaque objet**
- **Principe de cardinalité**
  - **Dernier mot = cardinal de l 'ensemble**
- **Principe de non pertinence de l'ordre**
  - **Résultat du dénombrement indépendant de l'ordre de sélection des éléments comptés**
- **Principe d'abstraction**
  - **Collections homogènes ou hétérogènes**

Le comptage pour calculer

☺ ☺ ☺ + ☺ ☺

≠ stratégies de résolution des calculs par comptage:

- Counting all   3 + 2 = 1 2 3 4 5
- Counting on   3 + 2 = 4 5
- Counting min   3 + 8 = 9 10 11

Décomposition   6 + 7 = (6+6) + 1
Récupération   3 + 3 = 6

Ces étapes se chevauchent !!!

Le code verbal

- <u>Lexique</u>: piles ordonnées
  - Unité : *un, deux, trois, … neuf*
  - Particuliers: *onze, douze, … seize*
  - Dizaines: *dix, vingt, … nonante*
  - Multiplicateurs: *cent, mille …*

  - *Quatorze = 4ième particulier*
    - *=> erreur de position: produire /treize/*
    - *=> erreur de pile: produire /quarante/*

"Numérosité"

- Notion abstraite : par opposition à la propriété d'un objet physique (couleur, forme)
- propriété d'un ensemble qui peut avoir n'importe quel type de membres : objets physiques, sons, objets abstraits (3 vœux, 7 pêchés capitaux…)
- Notre maîtrise de la numérosité dépend de la nature des ensembles (plus facile avec l'arrangement des points sur un dé ou un domino, que si arrangement aléatoire) et d'autant plus difficile que les points sont plus nombreux

Propriétés

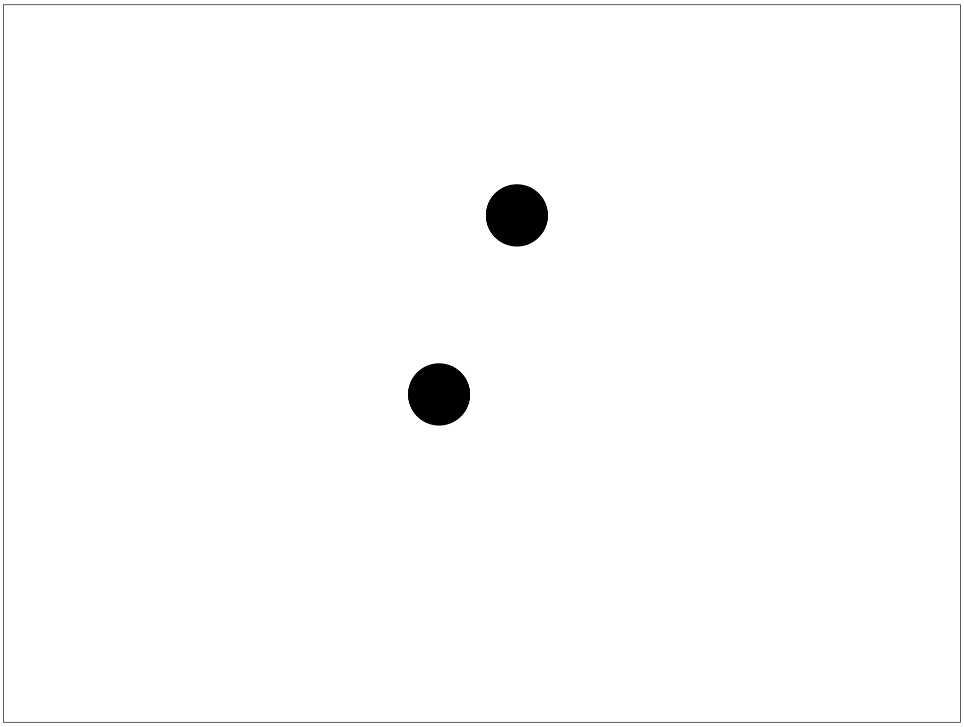
- Pour comprendre le concept de numérosité, un enfant doit:
  - Comprendre le principe de correspondance terme-à-terme
  - Comprendre qu'un ensemble d'objet a une numérosité, que celle-ci est modifiable par manipulation de cet ensemble, qu'un ensemble a une numérosité identique, plus grande, plus petite qu'un autre
  - Comprendre que les ensembles ne sont pas nécessairement visibles (ensembles auditifs, tactiles, abstraits, et…)
  - Pouvoir reconnaître les petites numérosités (jusqu'à 4) sans comptage verbal.

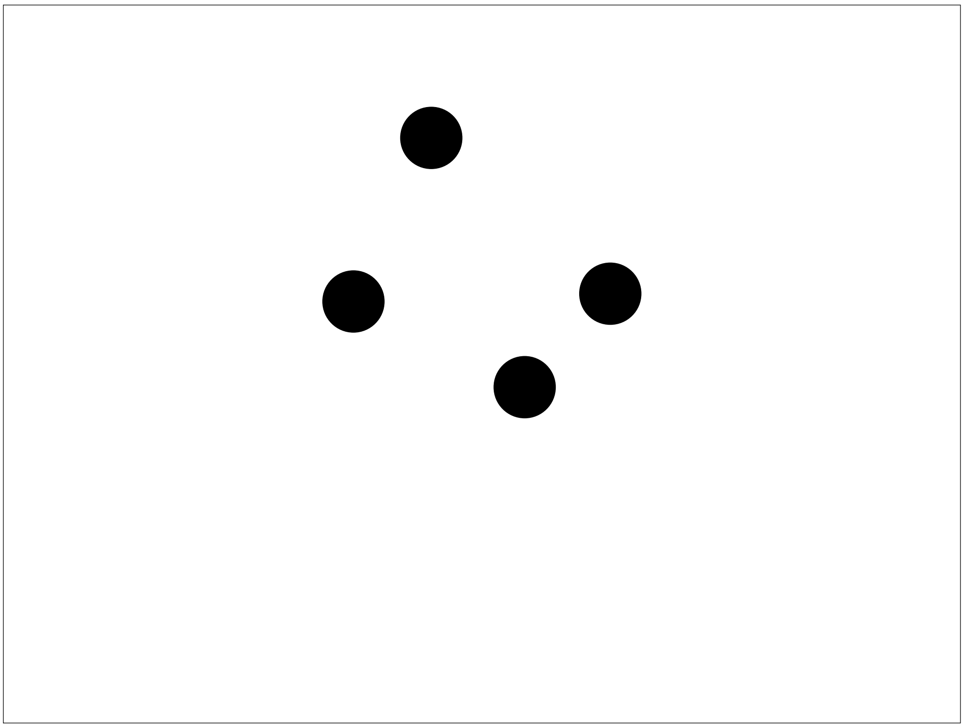
La numérosité se développe-t-elle à partir de capacités plus générales?

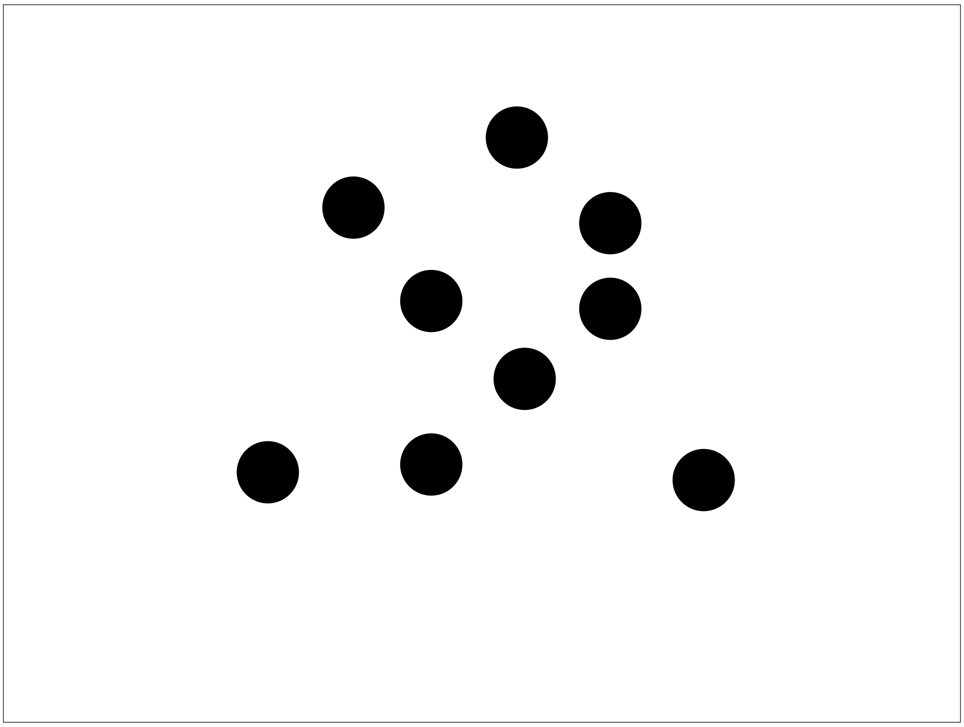
- Piaget : notion de "pré-requis" : capacité qui émerge de capacités plus générales par fusion et généralisation, sous l'effet de manipulations répétées de l'environnement
  - Capacité de raisonnement transitif (si A est plus gros que B et B plus gros que C, alors A est plus gros que C) : nécessaire pour placer des objets dans l'ordre
  - Capacité de conservation : si on n'enlève ni ne rajoute aucun élément à l'objet, tout mouvement des éléments (comme les étendre sur une plus grande surface) ne modifie pas la numérosité
  - Capacité à s'abstraire des caractéristiques de l'objet : couleur, taille, forme : deux numérosités peuvent être identiques, plus grandes ou plus petites, même pour des objets différents.
- Capacités cognitives d'autre nature seraient nécessaires pour acquérir la numérosité : mémoire de travail, cognition spatiale, habiletés linguistiques. Mais nature du lien?

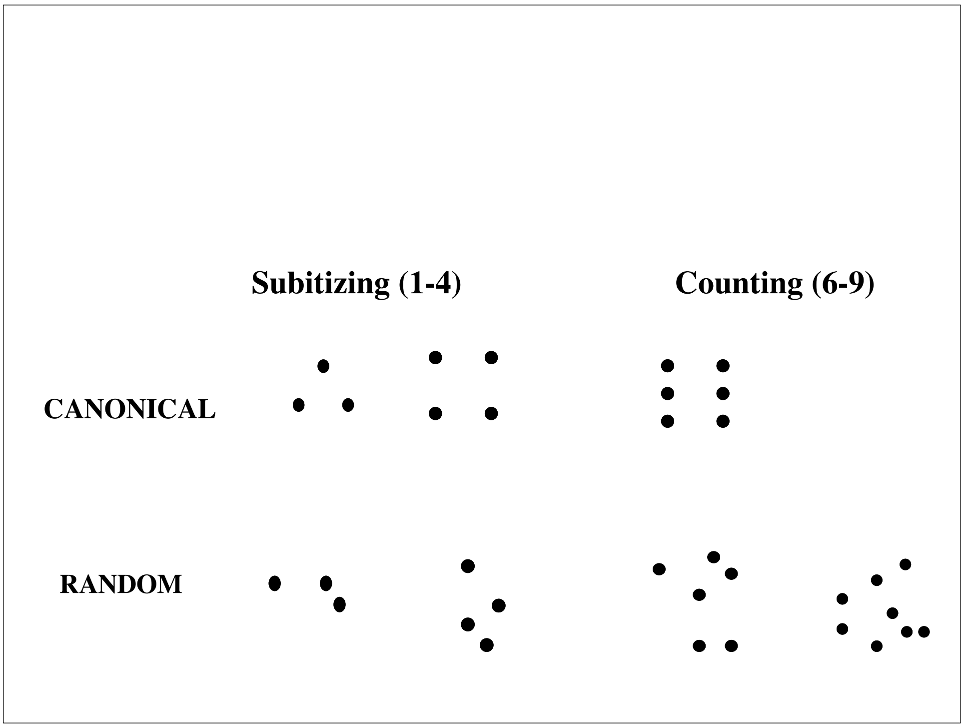
Evaluation des capacités numériques basiques

Capacité	Tests
Numérosité en tant que propriété d'ensembles	Enumeration, conservation, appariement
Estimation de numérosité	Estimation
Sens de l'ordre des numérosités (magnitudes)	Comparaison de nombres
Acquisition d'outils culturels	Comptage








Subitizing (1-4)
Counting (6-9)
CANONICAL
RANDOM

6 5

2 9

8 7

Stroop conditions

Tâche	Neutre (12)	Congruent (12)	Incongruent (12)
Numérique	3 6	3 6	3 6
Physique	3 3	3 6	3 6

2 différences de taille numérique :1 (ex2;3) et 5 (ex 7;2)

2 différences de taille physique : 0,3/0,5 cm et 0,6/1cm

Réponse : appuyer sur la touche du côté du plus grand nombre

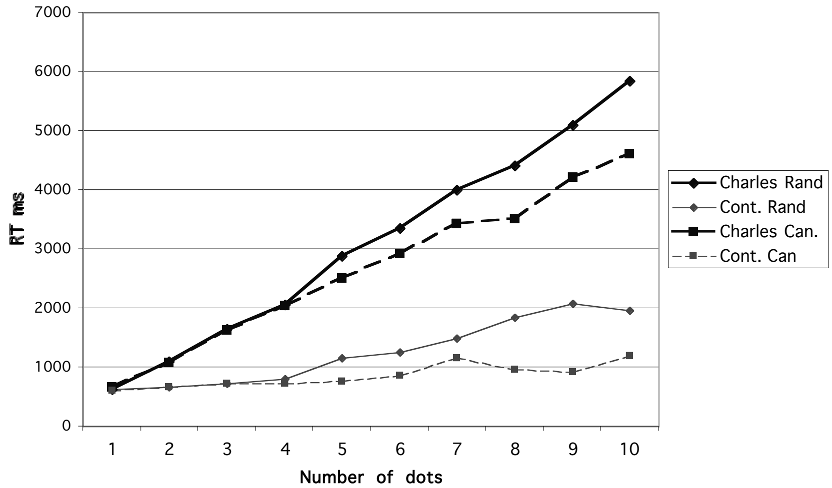
Dyscalculics may fail on some of these basic tests

- CW
  - Degree in psychology; postgraduate qualifications; always very bad at maths at school; finds shopping extraordinarily difficult. Takes 4-5 times as long as normals adding single digits; cannot subtract two digit numbers. Always calculates on his fingers (which makes multiplication hard).
  - Compensated dyslexic

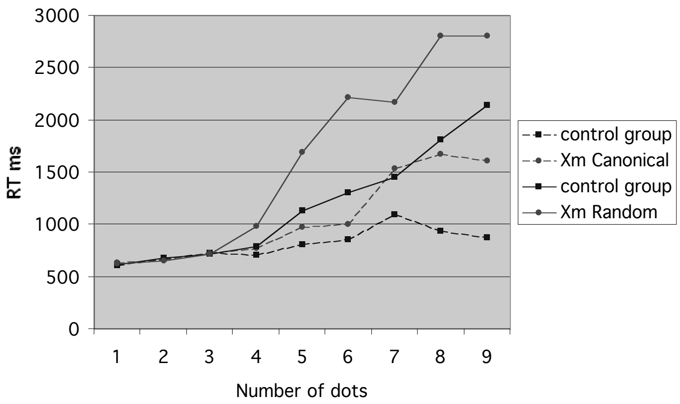
- Turner Syndrome (45X,m)
  - Very slow simple arithmetic, may fail GCSE
  - High-functioning, good language and reading, A-level maths in some cases

Butterworth, B. (1999). The mathematical brain. London: Macmillan.

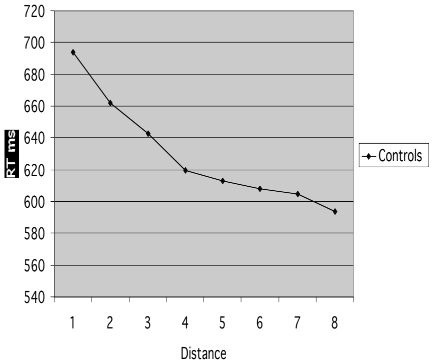
Charles vs controls: dot enumeration

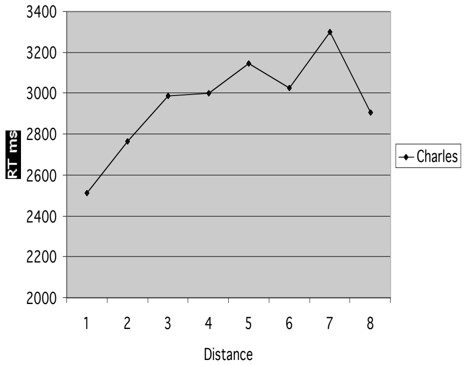


Dots: 45,Xm v. control

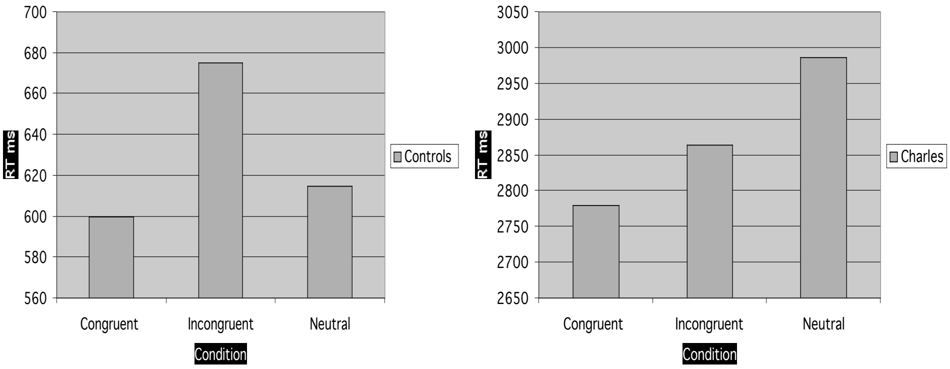


Charles vs controls: number comparison

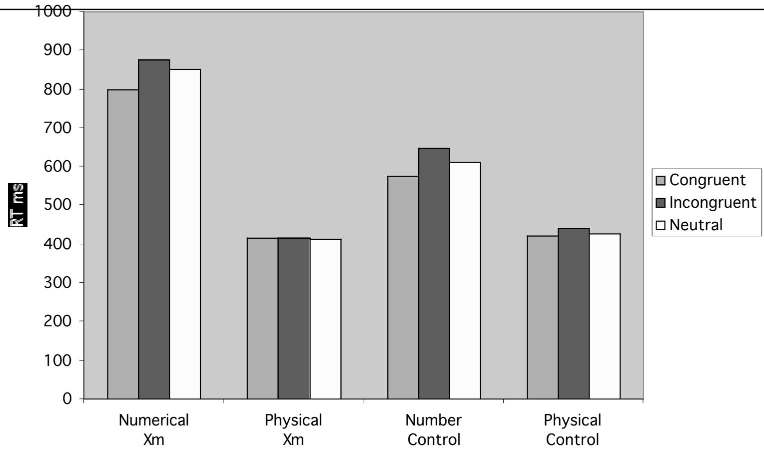




Number stroop. Charles vs controls



Stroop tasks: 45Xm vs control



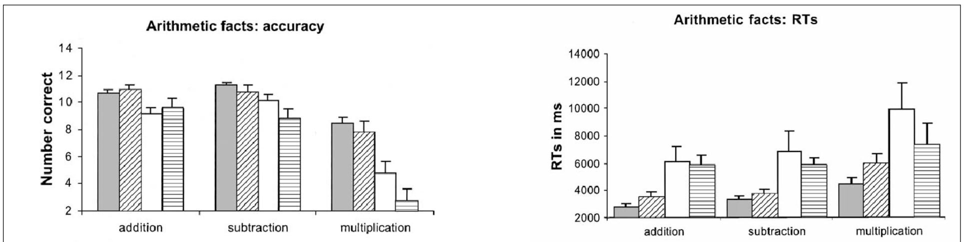
ELSEVIER
Cognition 93 (2004) 99–125
www.elsevier.com/locate/COGNIT

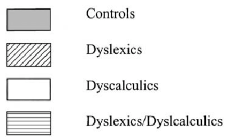
Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8–9-year-old students

Karin Landerl[a,b], Anna Bevan[a], Brian Butterworth[a,*]

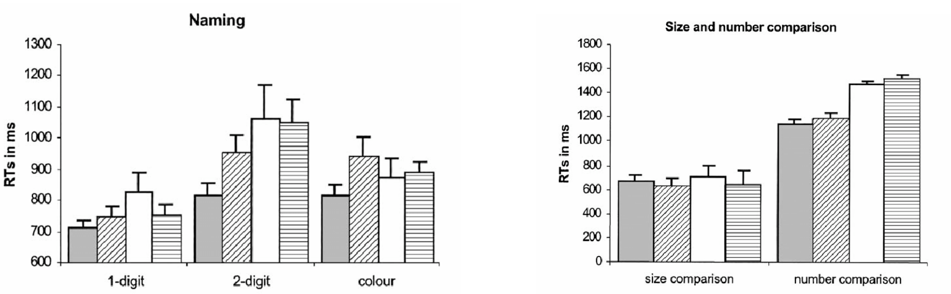
Subject details

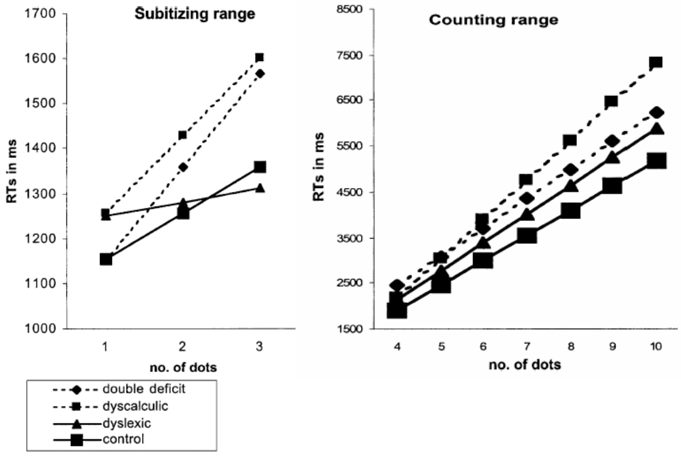
	Control ($N = 18$)	Dyslexic ($N = 10$)	Dyscalculic ($N = 10$)	Double deficit ($N = 11$)
Age (months)	108.7 (8.6)	110.1 (5.9)	103.7 (6.0)	103.9 (5.7)
Raven CPM (raw scores)	28.8 (3.4)[a]	29.7 (3.7)	28.5 (3.8)[b]	27.0 (3.4)[c]
BAS reading (RA-CA in months)	−0.94 (6.9)	−19.90 (4.8)	−6.30 (6.4)	−19.73 (6.6)
BAS numeracy (NA-CA in months)	5.72 (8.1)	0.90 (5.5)	−8.20 (10.4)	−7.18 (8.3)





Globalement les dyscalculiques et mixtes se comportent de manière similaire et notablement différente des dyslexiques et des témoins : contre les théories suggérant différents sous-groupes de dyscalculiques





Pente plus abrupte chez dyscalculiques et doubles déficits :
pas de stratégie de subitizing + comptage des petites quantités

"We suggest that lack of understanding of numerosity, and a poor capacity to recognize and discriminate small numerosities—as revealed in performance on dot tasks—may prevent dyscalculics developing the normal meanings for numerical expressions and lead to their difficulties in learning and retaining information regarding numbers"

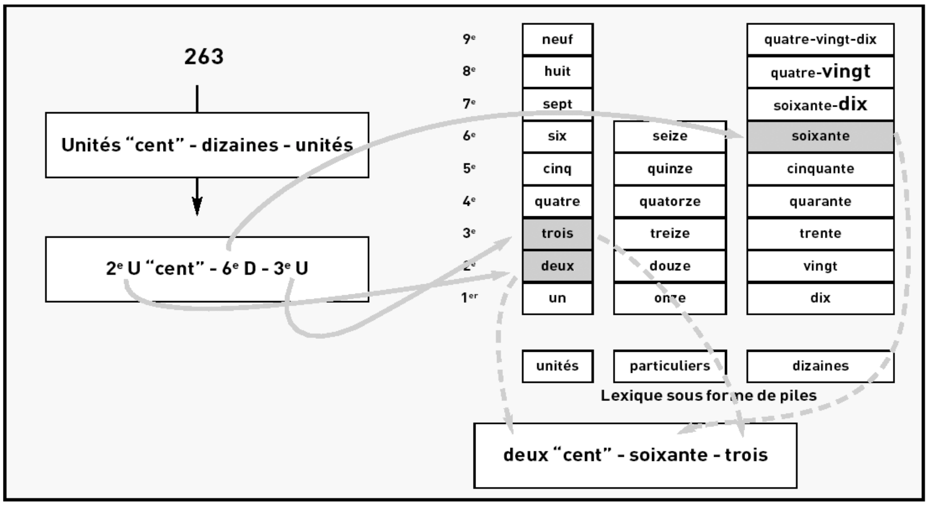


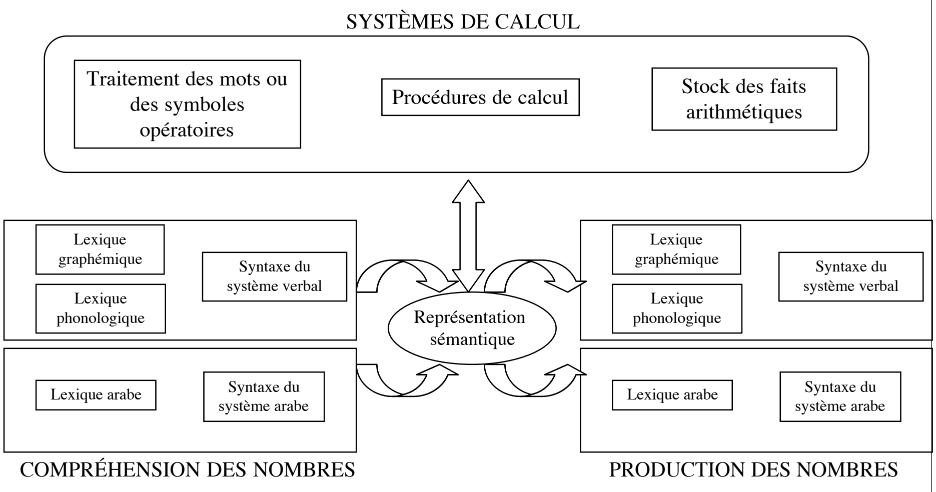
Figure 1 - Aspect cognitif de la lecture à haute voix du nombre "263".

Modèle de Séron et Deloche, 1987 : un modèle de transcodage

- Observation de patients adultes dyscalculiques après lésion cérébrale
- Erreurs de type lexical ou syntaxique
  - Deux cent quatre transcrit :209; 3005 transcrit huit mille cinq
  - Deux cent quarante quatre transcrit : 200404; 204 lu deux mille quatre
- Le lexique est partagé en trois classes distinctes : les unités, les particuliers et les dizaines chaque nombre occupe une place propre dans chacune de ces trois classes
  - La troisième place est occupée par 3 dans la classe des unités, 13 pour les particuliers et 30 pour les dizaines
  - 12, 13 et 15 occupent des places distinctes dans une même classe

⇨ Les patients peuvent se tromper de classe mais pas de place ou vice-versa

Modèle de Mc Closkey



Modèle de Mc Closkey : exemples de mises à l'épreuve

- Déficit isolé de la production des nombres arabes : McCloskey et al., 1985 : sujet H.Y.: fait 15% d'erreurs (p.e. : 902 lu « neuf six cent »). Aucun problème de compréhension des nombres lus (comparaisons de magnitudes, vérification de problèmes)
- Déficit isolé de la reconnaissance des signes opératoires : Ferro et Botelho, 1980 : reconnaît tous les nombres et les symboles non numériques, mais pas les signes opératoires (d'où difficultés majeures dans les calculs posés)
- Déficit isolé de la récupération des faits arithmétiques :Warrington, 1982 : cas DRC : traitement des nombres et procédures mathématiques : intacts. Egalement dissociation inverse : respect des faits arithmétiques

⇨ Modèle sémantique par oppsotion au modèle asémantique de Deloche et Séron

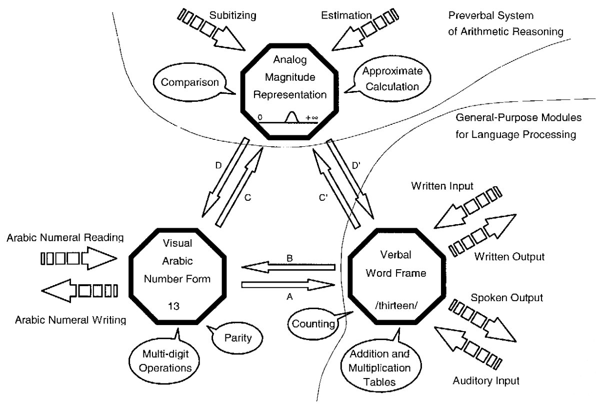
Modèle du triple code (Dehaene et Cohen, 1991)

- Chaque type de représentation (analogique, auditivo-verbale et visuelle-arabe) est impliqué dans un traitement particulier du nombre.
- Chaque opération a un code unique pour l'entrée et la sortie
- Les trois composantes ont des mécanismes de traduction qui leur permettent de communiquer entre elles
- La représentation analogique peut être comparée à une ligne numérique et d'autant plus compressée et donc d'autant moins précise qu'on avance dans les grands nombres : utile dans la comparaison des nombres et le calcul approximatif
- Le système des nombres arabes manipule les chiffres arabes dans une grille spatiale et est utilisé dans les tâches de jugement de parité et les calculs à plusieurs chiffres.
- Le système auditivo-verbal utilise les modules généraux du langage et a accès aux tables d'addition et de multiplication stockées en mémoire à long terme.

Modèle du triple code (Dehaene et Cohen, 1991) : évidences cliniques

- Déficit sélectif de la multiplication avec préservation de l'addition et de la soustraction
- Calcul exact versus calcul approché. M. Nau (Dehaene & Cohen, 1991) :
  - Acalculie massive : ne peut dire « 2x2=? »
  - Aucune difficulté à donner des réponses approchées : sait qu'une année comprend environ 350 jours, que neuf enfants dans une classe c'est peu…

Triple Code Model of Number Processing



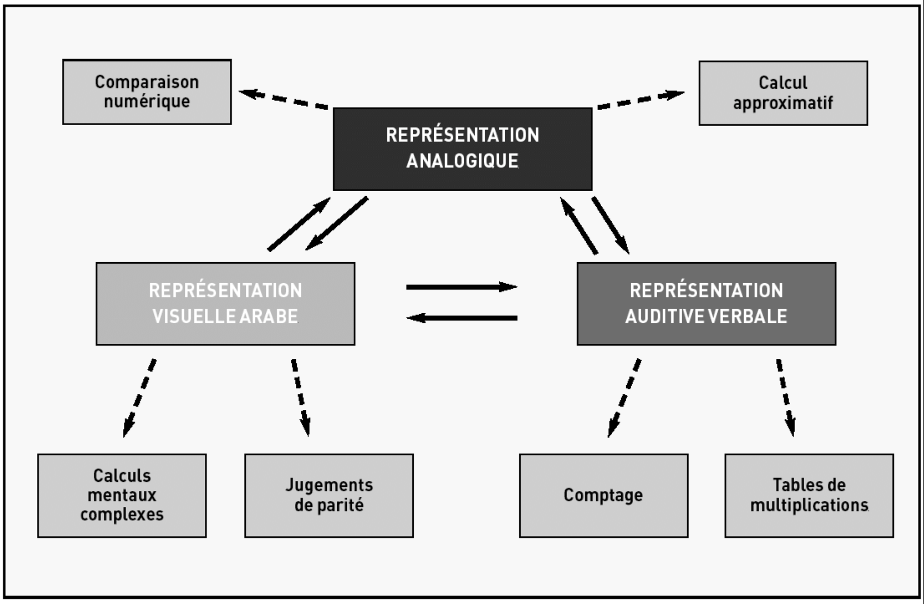


Figure 2 - Le modèle du "triple code" de Dehaene et Cohen.

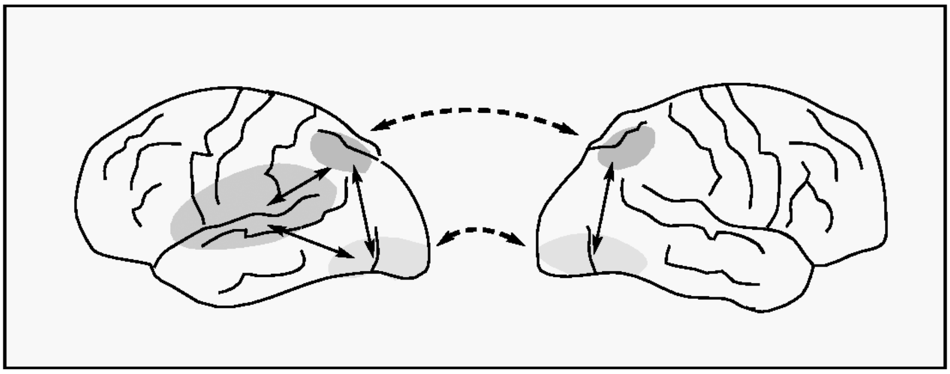


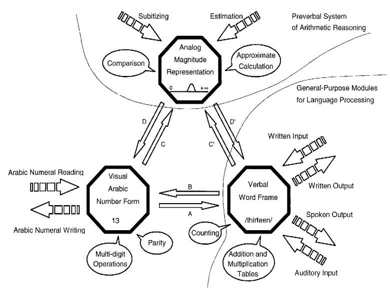
Figure 3 - Implémentation anatomique du triple code (traitement visuel arabe en vert, traitement analogique en bleu et traitement langagier en violet).

Altération de toutes les tâches impliquant les nombres sous un format verbal. Respect des capacités de manipulation non-verbale

Task	Patient Profile
• Reading number words aloud	➢ impaired
• Writing number words to dictation	➢ Impaired
• Responding to verbally to questions of numerical knowledge	➢ impaired
• Comparing orally presented and spelled out number words	➢ impaired
• Comparing Arabic numerals	➢ spared
• Making proximity judgments of Arabic numerals	➢ spared
• Reading a thermometer	➢ spared
• Solving subtraction problems	➢ spared
• Solving multiplication problems	➢ impaired

Based on Cohen & Dehaene, Neuropsychologia 38(2000):1426-1440

Experimental Design for Brain Mapping Study of Number Processing



Task	**Stresses**
Mentally name letters	Control condition
Mentally name target digit	Visual & verbal systems/representations
Compare target digit with standard, mentally say “larger”, “smaller”	Magnitude system/representation.
Multiply target digit by 3, mentally name	Verbal system/representation
Subtract target digit from 11, mentally name	Magnitude representation (relative to multiplication)